

Białystok, 12 marca 2019 r.

**AUTOREFERAT****1. Imię i Nazwisko:** Piotr Grześ**2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej****tytuł magistra inżyniera:** kierunek *mechanika i budowa maszyn*, specjalność *mechanika i informatyka stosowana*, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, 26.06.2009 r., dyplom z wyróżnieniem;**stopień naukowy doktora nauk technicznych:** rozprawa doktorska pt. *Numeryczne modelowanie procesu nagrzewania tarcowego w układzie tribologicznym nakładka-tarcza z wykorzystaniem metody elementów skończonych*, dyscyplina naukowa *mechanika*, specjalność *metody komputerowe mechaniki*, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, 29.05.2013 r., doktorat z wyróżnieniem;**świadectwo ukończenia studiów doktoranckich:** dyscyplina naukowa *mechanika*, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, 24.09.2013 r.**3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych****01.03.2010 r. – 24.09.2013 r.** – doktorant w Katedrze Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, prowadzenie zajęć dydaktycznych w ramach stypendium doktoranckiego oraz na podstawie umowy zlecenia;od **01.10.2013 r.** – adiunkt, Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka.**4. Wskazanie osiągnięcia\* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.):****a) tytuł osiągnięcia naukowego***Numeryczne modelowanie procesu generacji ciepła w hamulcach tarczowych z uwzględnieniem wzajemnego wpływu mocy tarcia, temperatury, wrażliwości termicznej materiałów i chłodzenia konwekcyjnego***b) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy)**

- 1) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2014), Mutual influence of the velocity and temperature in the axisymmetric FE model of a disc brake, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 57, 341–346, IF 2014: 2.782 (P. Grześ – udział 50%)

- 2) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), Effect of dimensions of pad and disk on the temperature and duration of braking, J. Frict. Wear+, 36 (4), 280–285, IF: 2015: 0.400 (P. Grześ – udział 75%)
  - 3) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), 3D FE model of frictional heating and wear with a mutual influence of the sliding velocity and temperature in a disc brake, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 62, 37–44, IF 2015: 2.559 (P. Grześ – udział 50%)
  - 4) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), Maximum temperature in a three-disc thermally nonlinear braking system, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 68, 291–298, IF 2015: 2.559 (P. Grześ – udział 50%)
  - 5) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2016), Mutual influence of the sliding velocity and temperature in frictional heating of the thermally nonlinear disc brake, Int. J. Therm. Sci., 102, 254–262, IF 2016: 3.615 (P. Grześ – udział 75%)
  - 6) Grzes P. (2017), Determination of the maximum temperature at single braking from the FE solution of heat dynamics of friction and wear system of equations, Numer. Heat Transfer, Part A, 71 (7), 737–753, IF 2017: 2.409 (P. Grześ – udział 100%)
  - 7) Grzes P. (2018), Finite element solution of the three-dimensional system of equations of heat dynamics of friction and wear during single braking, Adv. Mech. Eng., 10 (11), 1–15, IF 2017: 0.848 (P. Grześ – udział 100%)
  - 8) Grzes P. (2019), Maximum temperature of the disc during repeated braking applications, Adv. Mech. Eng., 11 (3), 1–13, DOI: 10.1177/1687814019837826, IF 2017: 0.848 (P. Grześ – udział 100%)
  - 9) Grześ P., Sprzężone modele numeryczne generacji ciepła w hamulcach tarczowych, 2019, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, recenzenci prof. dr hab. inż. Tadeusz Burczyński, czł. koresp. PAN, prof. dr hab. inż. Ewa Majchrzak
- c) omówienie celu naukowego ww. pracy i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania**

Moje osiągnięcie zgodnie z ustawą z dnia 14 marca 2003 r. (art. 16 ust. 2) stanowi cykl 8 jednotematycznych artykułów naukowych oraz monografia naukowa, będąca syntetycznym podsumowaniem przeprowadzonych przeze mnie badań po uzyskaniu stopnia doktora nauk technicznych.

Zawarte w dziele badania podjąłem w celu rozwiązania ważnego problemu naukowego, jakim jest opracowanie efektywnych modeli numerycznych do wyznaczenia nieustalonego pola temperatury, generowanego podczas pracy tarczowego układu hamulcowego. Pozwalają one na wykonanie symulacji komputerowej trybu pracy hamulca z uwzględnieniem wzajemnego wpływu takich charakterystyk tarcia jak ciśnienie kontaktowe, prędkość pojazdu, temperatura i zużycie. Takie sprzężenie stanowi istotny element w optymalizacji doboru materiałów pary czarnej, zapewniającej zadany poziom niezawodności układu hamulcowego przy znanych wymiarach gabarytowych i warunkach eksploatacji.

Wyznaczenie statystycznie wiarygodnych charakterystyk procesu hamowania realizuje się zwykle w drodze długotrwałych i wymagających znacznych nakładów finansowych badań doświadczalnych. Należy także dodać, że wykorzystanie otrzymanych w ten sposób danych ogranicza się najczęściej do wąskiej klasy konstrukcji hamulców z określonymi materiałami pary czarnej i uniemożliwia ich rozpowszechnienie na inne typy układów hamulcowych. Stąd stale rozwijane są modele teoretyczne (analityczne, analityczno-numeryczne lub numeryczne) do wyznaczenia charakterystyk procesu tarcia w układach hamulcowych. Tematyka przedstawionego jednotematycznego cyklu publikacji [1–9] dotyczy ściśle modelowania

numerycznego bazującego na metodzie elementów skończonych (MES) z wykorzystaniem współczesnej techniki komputerowej [10].

Decydującym kryterium do oceny tarcia i zużycia powierzchni ciernych układów hamulcowych jest temperatura zmieniająca się na skutek tarcia w obszarze kontaktu nakładek z tarczą [11, 12], a kluczowymi elementami matematycznych modeli nagrzewania tarcioowego są początkowo-brzegowe zagadnienia przewodnictwa cieplnego, tzw. zagadnienia cieplne tarcia. Przy ich formułowaniu stosowane są dwa podejścia [13]:

- 1) Rozdzielne nagrzewanie powierzchni ciernych nakładek i tarczy strumieniami ciepła o intensywności proporcjonalnej do mocy tarcia. Współczynnikiem proporcjonalności jest tzw. współczynnik rozdzielania strumieni ciepła  $0 \leq \gamma \leq 1$ , wyznaczany *a priori* ze wzorów empirycznych [14]. Jest to ważny parametr charakteryzujący proces nagrzewania tarcioowego pomiędzy elementem ciernym (nakładką) a bieżnią hamulcową (tarczą) – określa on jaką część ciepła generowanego na skutek tarcia w obszarze kontaktu skierowana jest do każdego z dwóch skojarzonych elementów. W przypadku granicznym  $\gamma = 0$  całe wytwarzane ciepło pochłaniane jest przez nakładkę, natomiast przy  $\gamma = 1$  ciepło absorbowane jest wyłącznie przez tarczę.
- 2) Model kontaktowy, uwzględniający sprzężenie pól temperatury nakładek i tarczy za pomocą dwóch warunków brzegowych w obszarze ich kontaktu. Pierwszy z nich (warunek Linga) zakłada równość gęstości mocy tarcia i sumy gęstości strumieni ciepła skierowanych wzdłuż normalnej od powierzchni kontaktu do wnętrza nakładek i tarczy [15]. Drugi warunek brzegowy uwzględnia zależność chropowatości (gładkości) powierzchni ciernych, ciśnienia kontaktowego, rodzaju ośrodka zawartego w wolnych obszarach pomiędzy powierzchniami i temperatury, a realizowany jest w postaci oporu termicznego lub przewodności kontaktowej [16, 17]. Przy idealnie gładkich powierzchniach warunek ten zapisuje się w postaci równości temperatury nakładki i tarczy w obszarze ich kontaktu. Powyższy warunek w połączeniu z warunkiem Linga opisują tzw. pełny (doskonały) kontakt cieplny tarcia. Należy zaznaczyć, że w modelu kontaktowym współczynnik rozdzielania strumieni ciepła jest wyznaczany z rozwiązania zagadnienia cieplnego tarcia.

Większość znanych z literatury modeli numerycznych opiera się na założeniu, że współczynnik tarcia w procesie hamowania jest stały [12, 18, 19, 20]. Zwykle jest to wartość uśredniona, uzyskana w wyniku testów na stabilność cieplną materiałów pary ciernej [21]. W takim przypadku, proces otrzymywania rozwiązań odpowiednich zagadnień cieplnych tarcia polega na wykonaniu następujących kroków:

- 1) wyznaczenie zmiany siły tarcia w czasie hamowania przy zadanych współczynniku tarcia, ewolucji ciśnienia kontaktowego oraz nominalnego (określanego wymiarami nakładki) obszaru kontaktu;
- 2) rozwiązanie zagadnienia początkowego dla równania ruchu pojazdu o znanej początkowej energii kinetycznej i ustalonym wcześniej profilu czasowym siły tarcia; ustalenie w ten sposób zmiany prędkości podczas hamowania oraz czasu zatrzymania;
- 3) wyznaczenie przebiegu czasowego gęstości mocy tarcia podczas hamowania w postaci iloczynu współczynnika tarcia oraz profili czasowych ciśnienia kontaktowego i prędkości; następnie podstawienie tej zależności do warunku brzegowego w odpowiednim zagadnieniu początkowo-brzegowym przewodnictwa cieplnego;
- 4) rozwiązanie początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego za pomocą jednej z wybranych metod numerycznych i otrzymanie w rezultacie przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury w elementach układu hamulcowego [22].

Opisany schemat do wyznaczenia kluczowych parametrów procesu hamowania, takich jak prędkość i temperatura, zawiera istotne uproszczenie – nie uwzględnia on wzajemnego wpływu tych wielkości. Ustalono, że przyjęcie średniej wartości współczynnika tarcia może prowadzić do wyraźnych różnic w wartościach temperatury obliczonej i uzyskanej w drodze pomiarów w badaniach doświadczalnych [23]. Rozbieżności te są szczególnie zauważalne, jeżeli mamy do czynienia z trybem tarcia o znacznych ilościach generowanego ciepła (przykładowo wielotarczowe hamulce lotnicze) i kiedy zmiany współczynników tarcia i intensywności zużycia w procesie hamowania osiągają 200÷400% wartości początkowych [24]. Na skutek wystąpienia wysokiej temperatury może dochodzić do zmian kształtu powierzchni kontaktujących się, deformacji elementów hamulca, zmian właściwości materiałów, nadmiernego zużycia w strefie kontaktu, niestabilności współczynnika tarcia i momentu hamownia, rozkładu nacisków powierzchniowych, metalizowania powierzchni elementów ciernych itd. [11]. Sytuację tę komplikuje dodatkowo występujące w pewnych warunkach tarcia zjawisko niestabilności termosprężystej ciernej (NTC) – powtarzające się cykle lokalnego rozszerzania termicznego materiałów, nagłego wzrostu ciśnienia kontaktowego i temperatury oraz pojawianie się i migracja na powierzchniach ciernych obszarów wysokiej temperatury, tzw. „gorących plam” [11, 25, 26]. Stąd w procesie tarcia podczas hamowania mamy do czynienia z zespołem wzajemnie ze sobą powiązanych zjawisk i identyfikujących je parametrów, takich jak naciski powierzchniowe, prędkość poślizgu, współczynnik tarcia, temperatura, zużycie powierzchni ciernych, termofizyczne i mechaniczne właściwości materiałów, geometryczne cechy konstrukcyjne węzła tarcia i typ układu (hamulec, sprzęgło), etc.

Reasumując, należy stwierdzić, że hamowanie jest specyficznym procesem tarcia, zarówno ze względu na różnorodność zjawisk towarzyszących procesowi wytwarzania ciepła jak też z powodu ich wzajemnego powiązania. Innymi słowy, zmiany ciśnienia, prędkości, temperatury, zużycia oraz współczynnika wymiany ciepła podczas hamowania są ze sobą sprzężone i zależą od tarciovych, mechanicznych i termofizycznych właściwości materiałów, konstrukcyjnych cech hamulca, warunków jego pracy i trybu eksploatacji. Integralnym czynnikiem, odzwierciedlającym z jednej strony wpływ gęstości mocy tarcia, tzn. wspólnego oddziaływania ciśnienia, prędkości i współczynnika tarcia, a z drugiej wpływ właściwości termofizycznych materiałów i geometrycznych cech konstrukcyjnych pary ciernej, jest temperatura.

Symulację procesu hamowania z uwzględnieniem wzajemnego wpływu wyżej wymienionych charakterystyk tarcia przeprowadzono na podstawie numerycznego rozwiązania opracowanych układów równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ) [27]. Istotą takich układów jest hipoteza o zależności współczynnika tarcia podczas hamowania od temperatury maksymalnej  $T_{max}$ , będącej sumą temperatury średniej  $T_m$  nominalnego obszaru kontaktu i błysku temperaturowego  $T_f$  w rzeczywistym obszarze kontaktu. Typowy układ równań CDTZ przy hamowaniu jednokrotnym zawiera [28, 29, 30, 31, 32]:

- 1) doświadczalne zależności właściwości termofizycznych i twardości materiałów od temperatury;
- 2) doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia wybranej pary ciernej od temperatury maksymalnej;
- 3) prawo zmiany w czasie hamowania ciśnienia kontaktowego;
- 4) prawo zużycia termomechanicznego masowego;
- 5) zagadnienie początkowe dla równania ruchu;
- 6) zagadnienie cieplne tarcia do wyznaczenia pola temperatury układu hamulcowego; ustalenie na podstawie jego rozwiązania zmiany w czasie temperatury średniej w nominalnym obszarze kontaktu nakładki z tarczą;

- 7) analityczne wzory do wyznaczenia temperatury błysku w rzeczywistym obszarze kontaktu;
- 8) hipotezę sumowania temperatury średniej i temperatury błysku w celu wyznaczenia temperatury maksymalnej.

Powtarzające się krótkotrwałe hamowanie, w odróżnieniu od jednokrotnego, cechuje się zmianą parametrów tarciovych nie tylko podczas nagrzewania tarciovego, ale także w okresie występującym pomiędzy kolejnymi hamowaniami. Przy czym, zmiany te zależą od powtarzalności pracy układu hamulcowego, jego obciążenia, a także charakteru i intensywności chłodzenia [20]. Taki proces, w przedstawionym cyklu publikacji, również modelowano za pomocą układu równań CDTZ, uzupełnionego o zagadnienie do wyznaczenia temperatury objętościowej elementów pary ciernej. Na mocy hipotezy sumowania, temperaturę maksymalną wyznacza się w postaci sumy  $T_{\max} = T_m + T_f$ , tak jak przy hamowaniu jednokrotnym z uwzględnieniem wartości temperatury objętościowej układu hamulcowego  $T_{v_n}$  w warunkach początkowym zagadnienia cieplnego tarcia przed  $n$ -tym hamowaniem.

Rozwiązania układów równań CDTZ stanowią matematyczny opis procesu hamowania z uwzględnieniem wzajemnego wpływu prędkości, czasu hamowania, współczynnika tarcia, temperatury średniej powierzchni kontaktu i temperatury błysku oraz zużycia termomechanicznego. Podstawowymi składowymi takich układów są zagadnienie początkowe dla równania ruchu oraz zagadnienie cieplne tarcia podczas hamowania. Elementami wspólnymi, występującymi w obu zagadnieniach są ciśnienie kontaktowe i współczynnik tarcia. Rozkład przestrzenny i zmiana w czasie ciśnienia kontaktowego najczęściej znane są *a priori*, natomiast współczynnik tarcia może być stały (modele niesprężone) lub zależny od temperatury (modele sprężone).

Dotychczasowe rozwiązania układów równań CDTZ w ramach modeli sprężonych są oparte na analitycznych rozwiązaniach początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego, dotyczących wyznaczenia temperatury średniej  $T_m$  powierzchni ciernej oraz błysku temperaturowego  $T_f$ . Modelowym do wyznaczenia  $T_m$  jest jednowymiarowe zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego dla dwóch ślizgających się półprzestrzeni lub warstw ze zmienną w czasie prędkością z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia. Do oszacowania temperatury błysku  $T_f$  służą analityczne lub analityczno-numeryczne rozwiązania początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego dla półprzestrzeni z poruszającym się po powierzchni lokalnym obszarem nagrzewania tarciovego. Oba zagadnienia są liniowe – przy ich sformułowaniu korzysta się ze stałych wartości współczynnika tarcia oraz mechanicznych i termofizycznych właściwości materiałów. Stałe te wyznacza się przy obliczanej za pomocą wzorów empirycznych uśrednionej w czasie hamowania temperaturze objętościowej  $T_v$  [24, 27]. Badania z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia od temperatury przy rozwiązywaniu jednowymiarowych zagadnień cieplnych tarcia podczas hamowania zawarto w monografiach [33, 34].

Modele jednowymiarowe służą do szybkiego oszacowania temperatury maksymalnej układu hamulcowego. Nie uwzględniają one przestrzennego rozkładu pola temperatury, chłodzenia konwekcyjnego powierzchni swobodnych oraz zmian właściwości materiałów w procesie hamowania pod wpływem temperatury.

Niesprężone modele nagrzewania tarciovego w układach hamulcowych opracowano na podstawie numerycznych rozwiązań układów równań CDTZ z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Zawarte w nich osiowosymetryczne (2D) i przestrzenne (3D)

początkowo-brzegowe zagadnienia przewodnictwa cieplnego uwzględniają zmiany ciśnienia kontaktowego w czasie hamowania oraz wrażliwość termiczną materiałów. Rozpatrzono procesy hamowania jedno- i wielokrotnego [22, 35, 36].

Mając na uwadze powyższe należy stwierdzić, że znane rozwiązania numeryczne z wykorzystaniem MES układów równań CDTZ nie uwzględniały wzajemnego związku prędkości poślizgu, temperatury i wrażliwości termicznej materiałów nakładki i tarczy. Brakuje w nich również analizy porównawczej zmian temperatury błysku, znalezionych za pomocą różnych rozwiązań teoretycznych lub bazujących na rezultatach pomiarów doświadczalnych i wzorach empirycznych. Nie zbadano wpływu temperatury błysku na temperaturę maksymalną oraz na wielkość i przebieg czasowy podczas hamowania zużycia termomechanicznego masowego powierzchni ciernych nakładek i tarczy.

Po określeniu wymienionych wyżej kwestii pod kątem modelowania numerycznego procesu generacji ciepła w tarczowych układach hamulcowych, w jednotematycznym cyklu prac [1–9] podjęto próbę odpowiedzi na nie za pomocą opracowania sprzężonych układów równań CDTZ oraz ich rozwiązania z wykorzystaniem współczesnych technik obliczeniowych. Symulacje numeryczne przeprowadzone zostały w ramach jednolitego podejścia według metodyki składającej się z następujących etapów:

- 1) Aproksymacja danych pomiarów doświadczalnych. Dokładne zadanie termofizycznych charakterystyk elementów pary ciernej jest bardzo ważne w obliczeniach temperaturowych wysoko obciążonych węzłów tarcia, kiedy nie tylko powierzchniowa, ale również objętościowa temperatura mogą osiągać znaczące wartości, przykładowo  $450\div 550^{\circ}\text{C}$  w hamulcach tarczowych [27]. Przy takiej temperaturze właściwości termofizyczne materiałów wyraźnie różnią się od początkowych. Uwzględnienie temperaturowej zależności właściwości termofizycznych materiałów nakładek i tarczy, czyli tzw. wrażliwości termicznej materiałów w sformułowaniu odpowiednich początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego powoduje, że stają się one nieliniowe. Pomimo znanych, *stricte* matematycznych trudności w rozwiązywaniu takich zagadnień, pojawiają się również trudności związane z koniecznością posiadania zależności w postaci analitycznej, opisujących zmianę właściwości materiałów oraz współczynników tarcia i intensywności zużycia ze wzrostem temperatury. Zwykle, zależności takie są podawane w postaci krzywych doświadczalnych, otrzymanych podczas badania próbek na stabilność cieplną. Ze względu na uniwersalność, do aproksymacji takich krzywych wybrano metodę zaproponowaną w monografii [9].
- 2) Wybór modelu obliczeniowego. Układy równań CDTZ opracowano oddzielnie w odniesieniu do zawartych w nich osiowosymetrycznych (2D) lub przestrzennych (3D) zagadnień cieplnych tarcia. Charakterystyczną cechą modelu 2D jest to, że powierzchnia cierna ślizgających się elementów jest niemal równa nominalnemu obszarowi kontaktu, określonego przez granice pierścienia kołowego. W przypadku hamulców tarczowych szczegółowe stosowanie modelu osiowosymetrycznego jest uzasadnione przy hamowaniu z wysokiej prędkości początkowej, w krótkim czasie lub gdy wartość współczynnika przykrycia nakładek jest bliską jedności. O ile istnieje ścisła zależność pomiędzy liczbą stopni swobody modelu numerycznego MES oraz czasem obliczeń, to korzystanie z uproszczonych modeli 2D wynika również bardzo często z ograniczeń jednostek obliczeniowych, pojawiających się, przykładowo, przy wydłużonych analizach temperaturowych procesu hamowania wielokrotnego (czas hamowania) pojazdów szynowych z uwzględnieniem profilu trasy (czas przejazdu pomiędzy poszczególnymi stacjami, liczba hamowań, osiągane prędkości, itp.), czy też z gabarytów układu hamulcowego (np. maszyny wyciągowe w kopalniach) [38]. Modele obliczeniowe 3D odzwierciedlają bardziej adekwatnie rzeczywiste procesy

generacji ciepła na skutek tarcia i zużycia w układach hamulcowych – uwzględniają one dodatkowo, w odniesieniu do modeli 2D, rozkład temperatury w kierunku obwodowym oraz oscylacje jej profilu czasowego w ustalonym punkcie na powierzchni roboczej tarczy [6].

- 3) Sformułowanie zagadnień cieplnych tarcia. Przy formułowaniu początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia w obszarze kontaktu nakładek z tarczą wprowadzono następujące założenia:
- a) nakładki hamulcowe i tarcza są wykonane z materiałów termicznie wrażliwych;
  - b) współczynnik tarcia wybranej pary ciernej jest zależny od temperatury średniej lub temperatury maksymalnej;
  - c) temperatura początkowa nakładek i tarczy równa jest temperaturze środowiska otaczającego;
  - d) obciążenie termomechaniczne tarczy jest symetryczne względem jej płaszczyzny środkowej;
  - e) tarciowy kontakt cieplny nakładek z tarczą jest doskonały;
  - f) powierzchnie swobodne elementów są chłodzone konwekcyjnie;
  - g) promieniowanie cieplne jest pomijalnie małe.

Sformułowane w ten sposób zagadnienia początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego odnoszą się do klasy nieliniowych zagadnień z zewnętrzną (warunki brzegowe) oraz wewnętrzną (równania różniczkowe) nieliniowością istotną [39].

- 4) Numeryczne rozwiązywanie układu równań CDTZ. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem metody elementów skończonych, zaadaptowanej w pakiecie oprogramowania COMSOL Multiphysics® v. 5.2a, 5.3 [40]. Do przeprowadzenia symulacji wykorzystano między innymi moduły *Heat Transfer* oraz *Mathematics*, umożliwiające zgodnie z układem CDTZ uwzględnienie sprzężenia prędkości poślizgu, temperatury, współczynnika wymiany ciepła oraz właściwości termofizycznych materiałów elementów tarczowego układu hamulcowego. Rozwiązania nieliniowych układów zwyczajnych równań różniczkowych otrzymanych w wyniku dyskretyzacji MES obszaru przestrzennego zawierającego jedną nakładkę i tarczę otrzymano za pomocą niejawną metody BDF (ang. *backward differentiation formula*) z adaptacyjnym krokiem czasowym [40, 41].

W pierwszym etapie badań opracowano osiowosymetryczny (2D) kontaktowy model obliczeniowy do wyznaczenia czasowo-przestrzennych rozkładów temperatury w układzie ciernym nakładka-tarcza z uwzględnieniem wzajemnego wpływu temperatury i prędkości pojazdu w procesie hamowania jednokrotnego [1, 9]. W tym celu dla rozpatrywanego węzła tarcia sformułowano zagadnienie początkowe dla równania ruchu oraz początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia. Sprzężenia obu zagadnień dokonano poprzez wprowadzenie współczynnika tarcia, zależnego od temperatury średniej. Założono, że właściwości termofizyczne materiałów nakładek i tarczy są stałe, a ciśnienie osiąga wartość nominalną w każdym punkcie obszaru kontaktu bezpośrednio po rozpoczęciu hamowania. Numeryczne rozwiązanie sformułowanych w ten sposób zagadnień otrzymano za pomocą MES oraz iteracyjnego algorytmu rozwiązywania otrzymanego w wyniku dyskretyzacji przestrzennej nieliniowego układu równań różniczkowych zwyczajnych. Obliczenia przeprowadzono dla nakładek, wykonanych z metaloceramiki FMC-11 lub FC-16L (Retinax A) zestawionych z żeliwną tarczą. Celem było porównanie odpowiednich rezultatów, otrzymanych przy stałym i zależnym od temperatury współczynnika tarcia. Tym samym otrzymano rozwiązania odpowiednio z uwzględnieniem i bez uwzględnienia sprzężenia prędkości i temperatury podczas

hamowania. Ustalono, że uwzględnienie temperaturowej zależności współczynnika tarcia prowadzi do istotnego wydłużenia czasu hamowania i nieznacznie wpływa na temperaturę maksymalną układu hamulcowego.

Następnie na podstawie opracowanego osiowosymetrycznego modelu obliczeniowego zbadano wpływ geometrycznych cech nakładek (FMC-11) i tarczy (żeliwo) na rozkłady temperatury podczas hamowania jednokrotnego [2, 9]. Rozpatrzono pięć wariantów wymiarów nakładek i tarczy (zewnętrzne i wewnętrzne promienie oraz grubości) przy zachowaniu ich stałych objętości i jednakowej dla wszystkich wariantów całkowitej pracy tarcia podczas hamowania. Uwzględnienie współzależności prędkości hamowania oraz temperatury powierzchni ciernych pozwoliło na zaobserwowanie korelacji pomiędzy wymiarami tarczy (średnicą zewnętrzną), osiąganą temperaturą maksymalną oraz czasem hamowania. Ustalono, że zwiększenie średnicy obszaru kontaktu o 28% prowadzi do skrócenia czasu hamowania nawet o 44%. Zbliżona relacja zachodziła przy dwóch analizowanych wartościach nacisków powierzchniowych. Z kolei skrócenie czasu hamowania przy stałej wartości pracy tarcia prowadziło do wzrostu temperatury powierzchni roboczych. Największa zmiana temperatury, wynikająca ze zwiększenia średnicy zewnętrznej tarczy, przy niższej z analizowanych wartości ciśnienia nie przekraczała 2%. Można zatem stwierdzić, że w warunkach hamowania zbliżonych do analizowanych zmiana wymiarów układu hamulcowego przy zachowaniu jego stałej objętości nie spowoduje znaczących zmian temperatury maksymalnej, jednakże pozwoli na znaczne skrócenie czasu i co za tym idzie, drogi hamowania.

W kolejnym etapie badań rozpatrzono układ hamulcowy, składający się z trzech tarcz o jednakowych wymiarach, wykonanych z węglowego materiału kompozytowego (CFCM) Termar-ADF, wykorzystywanego w lotniczych wielotarczowych układach hamulcowych [4, 9]. Uwzględniono w nim wrażliwość termiczną materiału oraz parametry chropowatości powierzchni kontaktu. Sformułowano dwuwymiarowy układ równań CDTZ, zawierający:

- 1) doświadczalne zależności właściwości termofizycznych i twardości materiału tarcz od temperatury;
- 2) wzory do obliczenia liniowego zwiększenia ciśnienia kontaktowego przy zadanym czasie narastania;
- 3) analityczne rozwiązanie zagadnienia początkowego dla równania ruchu, pozwalające na ustalenie ewolucji prędkości obrotowej tarczy oraz czasu hamowania;
- 4) nieliniowe (nieliniowość zewnętrzna) osiowosymetryczne zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego do wyznaczenia temperatury średniej;
- 5) wzory do obliczenia temperatury błysku.

Temperaturę maksymalną, osiąganą na powierzchniach ciernych każdej tarczy, wyznaczano poprzez sumowanie temperatury średniej na tych powierzchniach oraz temperatury błysku. Wartości temperatury maksymalnej obliczonej z wykorzystaniem MES przy rozwiązywaniu nieliniowego osiowosymetrycznego zagadnienia cieplnego tarcia, porównano z temperaturą, wyznaczoną na podstawie dokładnego rozwiązania jednowymiarowego początkowo-brzegowego zagadnienia przy stałych właściwościach termofizycznych materiału. W wyniku przeprowadzonych obliczeń numerycznych, wykazano, że korzystanie z uproszczonego podejścia (właściwości termofizyczne i mechaniczne wyznaczone przy temperaturze objętościowej) w celu uwzględnienia wrażliwości termicznej materiału uzasadnione jest przy wyznaczaniu temperatury błysku, natomiast jego stosowanie do znalezienia temperatury średniej może powodować znaczne (nawet do 100°C) jej niedoszacowanie, a tym samym i temperatury maksymalnej rozpatrywanego wielotarczowego układu hamulcowego. Ustalono, że uwzględnienie temperatury błysku przy obliczeniu temperatury maksymalnej zwiększa jej wartość o około



6%. Taki niewielki wzrost  $T_{\max}$  był spowodowany głównie tym, że badany materiał posiada niewielką twardość w stosunku do metaloceramiki.

Kontaktowy model numeryczny 2D na podstawie układu równań CDTZ do wyznaczenia temperatury maksymalnej tarczowego hamulca podczas hamowania jednokrotnego zaproponowano w pracach [6, 9]. Uwzględniono w nim:

- 1) prawo zmiany ciśnienia kontaktowego w czasie hamowania w postaci eksponencjalnej;
- 2) doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia masowego od temperatury;
- 3) wrażliwość termiczną materiałów pary ciernej (nieliniowość istotna);
- 4) doświadczalną zależność twardości materiału nakładek od temperatury;
- 5) nieliniowe zagadnienie początkowe dla równania ruchu z zależną od temperatury siłą tarcia;
- 6) osiowosymetryczne początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego (nieliniowość zewnętrzna i wewnętrzna) do wyznaczenia ewolucji temperatury średniej powierzchni kontaktu;
- 7) model kontaktu plastycznego powierzchni chropowatej z powierzchnią gładką przy znalezieniu błysku temperaturowego;
- 8) wzory (w kwadraturach) do obliczenia termomechanicznego zużycia masowego powierzchni ciernych nakładek i tarczy.

Zaadaptowano parametry wejściowe i charakterystyki tarciove wrażliwych termicznie materiałów nakładek (FMC-11) i żeliwnej tarczy. Celem badania było ustalenie wzajemnego wpływu temperatury, prędkości, mocy i pracy tarcia oraz zużycia powierzchni kontaktu podczas hamowania.

Obliczenia wykonano dla trzech wariantów:

- 1) z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia  $f$  od temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ , wrażliwości termicznej materiałów i zwiększającego się w czasie hamowania ciśnienia kontaktowego;
- 2) przy takich samych jak w punkcie 1) założeniach, ale z wykorzystaniem związku  $f(T_m)$ , gdzie  $T_m$  jest temperaturą średnią nominalnego obszaru kontaktu;
- 3) na podstawie zależności  $f(T_m)$ , przy stałych właściwościach materiałów nakładek i tarczy oraz natychmiastowym osiągnięciu wartości nominalnej ciśnienia 1,47 MPa (hamowanie ze stałym opóźnieniem).

Na podstawie otrzymanych rezultatów obliczeń ustalono, że przy niskiej wartości ciśnienia kontaktowego 0,59 MPa temperatura maksymalna  $T_{\max}$  obliczona z uwzględnieniem zależności  $f(T_{\max})$  jest o około 48% wyższa, niż przy wykorzystaniu związku  $f(T_m)$ . Zwiększenie ciśnienia do wartości 1,47 MPa powodowało zmniejszenie tej różnicy do 13%. Czas hamowania uzyskany przy wprowadzeniu zależności  $f(T_{\max})$ , jest dłuższy niż przy uwzględnieniu związku funkcyjnym  $f(T_m)$ : o 27% i 15% przy nominalnej wartości ciśnienia kontaktowego równej odpowiednio 0,59 MPa i 1,47 MPa. Wykazano, że przy wyznaczaniu temperatury maksymalnej tarczowego układu hamulcowego uwzględnienie temperatury błysku jest niezbędne [9].

W pracach [3, 9] zaproponowano trójwymiarowy kontaktowy model obliczeniowy z wykorzystaniem MES do wyznaczenia wzajemnie zależnych temperatury, prędkości oraz zużycia termomechanicznego podczas hamowania jednokrotnego. Założenia modelowe w sformułowaniu zagadnień ruchu i przewodnictwa cieplnego, zestawienia materiałów oraz parametrów wejściowych przy wykonaniu obliczeń były takie same jak w przypadku modelu

2D opisanego w pracach [1, 9]. Model przestrzenny, w odróżnieniu od osiowosymetrycznego, pozwolił wyznaczyć bardziej realistyczny, oscylujący charakter profilu czasowego temperatury w ustalonym punkcie obszaru kontaktu nakładki z tarczą, spowodowanego zmianą czasów nagrzewania i chłodzenia konwekcyjnego przy każdym obrocie koła pojazdu. Obliczenia wykonano przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów i zależnych od temperatury współczynnikach tarcia i intensywności zużycia. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla dwóch materiałów nakładek (Retinax typu A FC-16L i metaloceramika FMC-11) skojarzonych z żeliwną tarczą. Ustalono, że zmienność temperaturowa współczynnika tarcia w zakresie 10÷20% w stosunku do wartości początkowej w zakresie temperatury 20÷150°C prowadzi do zmian czasu hamowania o około 12%, zmniejszając go w przypadku nakładki wykonanej z materiału FC-16L i zwiększając przy użyciu nakładki z metaloceramiki FMC-11. Natomiast maksymalna temperatura i całkowite zużycie masowe zmieniają się nieznacznie (odpowiednio o 3% i 1%). Dane te pozwoliły stwierdzić, że decydującym czynnikiem do ustalenia czasu, a zatem i drogi hamowania są zmiany temperaturowe współczynnika tarcia.

Ze względu na krótki czas rozpatrywanego procesu hamowania maksymalne wartości temperatury osiągane przy stałym i wrażliwym termicznie współczynniku tarcia były niemal równe. Tak więc do obliczenia maksymalnej temperatury podczas krótkotrwałych procesów hamowania mogą być stosowane niesprężone modele obliczeniowe. Należy dodać, że zaproponowany w pracach [3, 9] model obliczeniowy zawiera tylko zewnętrzną (w warunkach brzegowych) nieliniowość termiczną.

Kolejnym etapem badań dla modelu przestrzennego (3D) było uzupełnienie układu równań CDTZ dwoma nowymi elementami [5, 9]. W pierwszym z nich uwzględniono eksponencjalny wzrost ciśnienia kontaktowego od zera w chwili rozpoczęcia hamowania do wartości nominalnej, utrzymywanej następnie do zatrzymania pojazdu, a w drugim – wrażliwość termiczną materiałów nakładek i tarczy w procesie hamowania jednokrotnego. Rozwiązanie numeryczne za pomocą MES zagadnienia początkowego dla równania ruchu i nieliniowego przestrzennego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia otrzymano według schematu iteracyjnego, w którym jako „zerowe” przybliżenie w pierwszym przedziale czasowym rozwiązywano odpowiedni liniowy niesprężony układ równań CDTZ. Obliczenia wykonano dla pary ciernej składającej się z metaloceramicznej nakładki oraz żeliwnej tarczy. Przestrzenno-czasowe rozkłady temperatury oraz wartości czasu i drogi hamowania wyznaczonych na podstawie rozwiązania numerycznego z wykorzystaniem MES porównano z odpowiednimi rezultatami otrzymanymi przy stałym współczynniku tarcia.

Ze względu na charakter zmian w czasie hamowania ciśnienia kontaktowego (zwiększa się eksponencjalnie od zera do wartości nominalnej) i prędkości poślizgu (zmniejsza się prawie liniowo) moc tarcia w obszarze kontaktu nakładki z tarczą wzrasta od zera do wartości maksymalnej, a następnie zmniejsza się do zera w chwili zatrzymania. Taka zmiana obciążenia cieplnego powoduje zmniejszenie amplitudy oscylacji temperatury w ustalonym punkcie powierzchni roboczej tarczy na początku hamowania, w porównaniu do odpowiednich oscylacji temperatury przy stałym ciśnieniu kontaktowym. Zestawiając rezultaty z prac [3, 9], ustalono, że uwzględnienie wrażliwości termicznej materiałów podczas hamowania jednokrotnego nie ma znaczącego wpływu na pole temperatury. Maksymalna temperatura powierzchni kontaktu przy stałym współczynniku tarcia jest zawyżona o około 3,6% względem wartości  $T_{max}$  znalezionej przy zależnym od temperatury współczynniku tarcia. Natomiast droga hamowania obliczona przy stałym współczynniku tarcia jest krótsza o 7%, a czas hamowania krótszy o około 8,7% w odniesieniu do wartości uzyskanych z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia od temperatury.

Sprężony model przestrzenny (3D) na podstawie układu równań CDTZ do wyznaczenia temperatury maksymalnej hamulca tarczowego z uwzględnieniem dwóch podejść do wyznaczenia temperatury błysku zaproponowano w pracach [7, 9]. Obliczenia temperatury błysku w pierwszym podejściu były oparte na znanych z literatury naukowej analitycznych wzorach, otrzymanych z rozwiązania odpowiedniego zagadnienia cieplnego tarcia dla rzeczywistego obszaru kontaktu. Wzory te uwzględniały szereg parametrów chropowatości, w tym pole i średnicę rzeczywistego obszaru kontaktu otrzymane na podstawie parametrów krzywej powierzchni odniesienia elementu sztywnego, maksymalnej wysokości chropowatości, uśrednionego promienia zaokrąglenia chropowatości, a także właściwości termofizyczne materiałów i twardość Brinella materiału bardziej miękkiego elementu (nakładki). Zatem, temperatura błysku zależała nie tylko od parametrów tarcia i właściwości materiałów, ale również od charakterystyk mikrogeometrii stykających się powierzchni. Uwzględniono również zależności współczynnika przewodzenia ciepła, ciepła właściwego i twardości od temperatury średniej obszaru kontaktu.

W drugim podejściu wykorzystano ustaloną na podstawie badań doświadczalnych wykładniczą zależność pomiędzy temperaturą błysku a temperaturą średnią nominalnego obszaru kontaktu.

Podczas obliczania temperatury błysku w pierwszym podejściu korzystano z bieżących wartości właściwości fizycznych materiałów obliczanych z odpowiednich wykresów funkcji aproksymujących przy temperaturze średniej obszaru kontaktu. Natomiast w literaturze naukowej jest niewiele danych o zmianach w czasie hamowania charakterystyk mikrogeometrii powierzchni tarcia. Zwykle do obliczeń wykorzystywane są dane uzyskane w wyniku badania powierzchni kontaktu elementu ciernego po zakończeniu procesu tarcia. Zakłada się przy tym, że ustalona po okresie docierania, chropowatość powierzchni, nie zmienia się podczas tarcia [42]. Jednak takie założenie może być dopuszczalne tylko w przypadku tarcia stacjonarnego. W przypadku niestacjonarnego nagrzewania tarczowego, które ma miejsce podczas hamowania, chropowatość powierzchni kontaktu może się zauważalnie zmieniać, a w konsekwencji zmieniają się również parametry mikrogeometrii. Czynnikiem decydującym o zmianach mechanicznych i termofizycznych właściwości materiału chropowatości, a zatem o wielkości rzeczywistego obszaru kontaktu jest temperatura średnia. Badania eksperymentalne wykazały, że wraz ze wzrostem temperatury średniej, temperatura błysku maleje [43]. Związek ten wykorzystano w podejściu drugim do wyznaczenia temperatury błysku w postaci wzorów zawierających zmiany ciśnienia kontaktowego, prędkości oraz trzech współczynników otrzymanych doświadczalnie dla materiałów badanej pary ciekiej [28, 44]. Doświadczalne metody wyznaczenia tych współczynników, w tym konstruowanie nomogramów, zostały opracowane w pracach [27, 44, 45]. Stosowanie drugiego podejścia pozwala na znaczne skrócenie czasu obliczeń temperatury błysku, dzięki eliminacji konieczności wprowadzenia do wzorów obliczeniowych zależności temperaturowej właściwości mechanicznych i termofizycznych materiałów, a także zmiany w czasie parametrów mikrogeometrii powierzchni ciekiej.

Symulacje komputerowe przeprowadzono dla nakładek wykonanych z metaloceramiki FMC-11 i MCV-50 oraz Retinaxu FC-16L w zestawieniu z żeliwną tarczą. Przeprowadzono porównanie wartości temperatury maksymalnej wyznaczonej przy korzystaniu z wymienionych wyżej dwóch podejść do wyznaczenia temperatury błysku. Stwierdzono, że przy niskich prędkościach początkowych (5÷10 m/s) na promieniu ekwiwalentnym i korzystaniu z metaloceramicznych nakładek, maksymalna temperatura błysku jest wyższa od maksymalnej wartości średniej temperatury powierzchni ciekiej. Ewolucje temperatury błysku znalezione przy użyciu dwóch wariantów obliczeniowych, są praktycznie zbieżne (różnica około 5%) przy najniższej (5 m/s) z rozpatrywanych prędkości początkowych. Odpowiednie wartości maksymalne temperatury błysku przy wyższych prędkościach

początkowych różnią się zauważalnie (około 29% przy prędkości 20 m/s). Przy najwyższej (20 m/s) prędkości początkowej, najwyższe wartości temperatury średniej i temperatury maksymalnej wyznaczone za pomocą dwóch różnych wariantów obliczeniowych różnią się nieznacznie. Temperatura błysku osiąga swoją wartość najwyższą w początkowym okresie hamowania, a temperatura średnia – w przybliżeniu w połowie procesu hamowania. Decydujący wpływ na temperaturę maksymalną wykazuje temperatura średnia obszaru kontaktu nakładki z tarczą. Przy ustalonej prędkości początkowej 10 m/s czasy hamowania w obu wariantach różnią się o 6% (nakładki metaloceramiczne) i o 8% w przypadku nakładek wykonanych z Retinaxu. Doświadczalne wzory oparte na zależności między temperaturą błysku a średnią temperaturą obszaru kontaktu nominalnego są w pełni uzasadnione przy oszacowaniu maksymalnej temperatury układu hamulcowego.

Modele obliczeniowe do wyznaczenia temperatury maksymalnej hamulca tarczowego podczas hamowania wielokrotnego zostały zaprezentowane w pracach [8, 9, 46]. W powyższych modelach uwzględniono wrażliwość termiczną współczynników tarcia i intensywności zużycia, właściwości termofizyczne materiałów, zmienne w czasie ciśnienie kontaktowe oraz zależność współczynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu. W każdej chwili procesu hamowania jednocześnie brano pod uwagę wzajemną zależność średniej temperatury powierzchni kontaktu, temperatury błysku w rzeczywistym obszarze kontaktu oraz temperatury objętościowej tarczy. Obliczenia wykonano dla metaloceramicznej nakładki (FMC-11) i żeliwnej tarczy.

Pierwszy osiowosymetryczny (2D) model obliczeniowy do wyznaczenia temperatury maksymalnej tarczy litej przy hamowaniu wielokrotnym uwzględniał wpływ materiału nakładek na temperaturę poprzez zadanie *a priori* współczynnika rozdzielenia strumieni ciepła [8, 46]. Proces hamowania składał się z czterech cykli, z których każdy polegał na redukcji prędkości od wartości początkowej do zera w chwili zatrzymania i ponownego rozpędzania pojazdu do prędkości początkowej z uwzględnieniem chłodzenia konwekcyjnego. Czas hamowania każdej aplikacji wyznaczany był z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu, natomiast czas przyspieszania był stały. W wyniku przeprowadzonych obliczeń numerycznych ustalono, że maksymalna temperatura tarczy podczas hamowania jest ponad dwukrotnie wyższa od temperatury średniej powierzchni kontaktu. Natomiast temperatura błysku osiąga znaczące wartości tylko na początku każdego cyklu hamowania. Zwiększenie liczby aplikacji hamulca oraz towarzyszący jej wzrost temperatury objętościowej powodują zmniejszenie wartości maksymalnej temperatury błysku. Zmniejszenie twardości materiału nakładki wraz ze wzrostem temperatury, ma znaczący wpływ na temperaturę błysku i co za tym idzie, na temperaturę maksymalną powierzchni roboczej tarczy podczas wszystkich aplikacji hamulca.

Kolejny, sprzężony model 2D oparty był na układzie równań CDTZ zawierającym zagadnienie początkowe dla równania ruchu oraz zagadnienie cieplne tarcia dla układu nakładka-tarcza z warunkami doskonałego kontaktu cieplnego tarcia przy eksponencyjnym zwiększeniu ciśnienia w czasie hamowania [9, 46]. Załączenia hamulca realizowano w postaci następujących cykli: redukcja prędkości od wartości początkowej do zera, z ponownym rozpędzeniem pojazdu do tej samej prędkości, przy założeniu, że w czasie chłodzenia, występującym po procesie hamowania, wartość temperatury tarczy w wybranym punkcie pod powierzchnią kontaktu spada do określonej stałej wartości  $T_p$ . W chwili tej zaczyna się kolejny cykl hamowania. Lokalizację punktu pomiarowego oraz wartość temperatury  $T_p$  dobierano na podstawie danych doświadczalnych i symulacji komputerowych z artykułu [47]. Punkt ten w każdej chwili mieścił się na promieniu ekwiwalentnym tarczy w określonej odległości od powierzchni kontaktu. W wyniku przeprowadzonych symulacji komputerowych ustalono, że największe zmiany w ewolucji temperatury i zużycia występują przy pierwszym cyklu. Wraz ze zwiększeniem aplikacji hamulca profile czasowe temperatury

stabilizują się. Przy dalszym zwiększeniu liczby aplikacji hamulca zużycie pozostaje na tym samym poziomie. Rozkład temperatury w chwili zatrzymania jest niejednorodny w kierunkach promieniowym i osiowym. Natomiast na koniec etapu chłodzenia temperatura w każdym punkcie nakładki i tarczy jest niemal taka sama (różnica wartości granicznych około 3%). Stąd w przypadku symulacji jednego wybranego cyklu hamowania wielokrotnego zasadne jest przyjęcie temperatury objętościowej jako wartości początkowej temperatury układu hamulcowego w kolejnych aplikacjach hamulca. Ustalono, że wartości maksymalnej temperatury tarczy litej wyznaczone za pomocą modelu kontaktowego nieznacznie różnią się od odpowiednich wartości otrzymanych przy rozdzielnym nagrzewaniu tarczy strumieniem ciepła o zadanej *a priori* gęstości.

Przestrzenny (3D) sprzężony model obliczeniowy z uwzględnieniem zależności współczynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu opracowano dla tarczy wentylowanej [9]. Rozpatrzono proces hamowania, składający się z czterech cykli, z których każdy zawiera redukcję prędkości od wartości początkowej do zera z ponownym rozpędzaniem pojazdu do tej samej prędkości. Czas rozpędzania w każdym cyklu był jednakowy, natomiast czas hamowania różnił się w zależności od wzajemnej relacji parametrów sprzężonych, tj. współczynnika tarcia, współczynnika wymiany ciepła, temperatury maksymalnej, temperatury średniej obszaru kontaktu, temperatury błysku oraz właściwości termofizycznych materiałów pary ciekiej. Przy wyznaczeniu współczynnika wymiany ciepła skorzystano z równania kryterialnego dla wymuszonego przepływu powietrza wzdłuż płaskiej płyty [48, 49]. Sprzężenie zagadnienia początkowego dla równania ruchu oraz przestrzennego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego w układzie równań CDTZ zrealizowano poprzez zależny od temperatury maksymalnej współczynnik tarcia.

Wiadomo, że uwzględnienie zmienności intensywności chłodzenia konwekcyjnego ma największe znaczenie wyłącznie po zatrzymaniu [19, 50]. W analizowanym przypadku jest to trwający dosyć długo okres rozpędzania pojazdu. Zauważalne różnice temperatury średniej, znalezionej przy stałej i zależnej od prędkości wartości współczynnika wymiany ciepła wystąpiły już po pierwszym hamowaniu. Wraz ze zwiększeniem liczby aplikacji hamulca różnice te zwiększały się. Każde kolejne hamowanie powoduje obniżenie temperatury błysku, przy czym jej wartość maksymalna podczas pierwszego hamowania jest znacząca – przekracza ona dwukrotnie najwyższą temperaturę średnią przy ostatnim czwartym hamowaniu. Charakterystyczną cechą profilu czasowego temperatury błysku jest jej „zerowanie się” w chwili zatrzymania. Czas hamowania przy każdej aplikacji różni się, dlatego spadek temperatury błysku do zera odbywa się w różnych chwilach procesu. Wykazano, że uwzględnienie zależności współczynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu przy hamowaniu wielokrotnym nie wykazuje znaczącego wpływu na temperaturę błysku.

Ważnym parametrem określającym, jaka część ciepła generowanego na skutek tarcia w obszarze kontaktu skierowana jest do każdego z elementów pary ciekiej jest współczynnik rozdzielania strumieni ciepła  $\gamma$ . W rozpatrywanym procesie hamowania wielokrotnego wartość tego współczynnika zwiększa się monotonicznie w czasie, co oznacza zwiększenie ilości ciepła pochłanianego przez tarczę. Po osiągnięciu wartości maksymalnej zmniejsza się on aż do chwili zatrzymania. Różnica pomiędzy największą i najmniejszą wartością  $\gamma$  nie przekracza 1%. Potwierdza to znany rezultat, że założenie stałej, wyznaczonej na podstawie wzorów doświadczalnych, wartości współczynnika rozdzielania strumieni ciepła nie wnosi znaczącego błędu w obliczeniach temperatury tarczy. Natomiast przy wyznaczeniu temperatury nakładek należy uwzględnić zmianę właściwości termofizycznych materiałów pod wpływem temperatury [14].

Reasumując należy stwierdzić, że w ramach zaproponowanego jednotematycznego cyklu publikacji naukowych [1–9] opracowano nowe nieliniowe modele nagrzewania tarciovego

w układzie hamulcowym typu nakładka-tarcza. Na podstawie rozwiązań numerycznych z wykorzystaniem MES i układu równań CDTZ przeprowadzono symulacje nagrzewania tarczowego podczas jedno- i wielokrotnego procesu hamowania z uwzględnieniem wzajemnego związku mocy tarcia, temperatury i wrażliwości termicznej materiałów nakładki i tarczy. Otrzymane rezultaty dla wybranych par ciernych pozwalają na dokonanie kompleksowej analizy rozkładów czasowo-przestrzennych pól temperatury, charakteru zmiany prędkości pojazdu w czasie hamowania oraz zużycia masowego powierzchni roboczych tarczy i nakładek.

W zależności od cech geometrycznych hamulca i trybu hamowania sformułowano dwa główne warianty układu równań CDTZ: osiowosymetryczny (2D) i przestrzenny (3D). Z kolei, każdy z nich zawiera dwa modele obliczeniowe – sprzężony (kontaktowy) lub niesprzężony, z uwzględnieniem znanej *a priori* postaci współczynnika rozdzielania strumieni ciepła. Model sprzężony służył głównie do wyznaczenia prędkości, temperatury, czasu zatrzymania i zużycia podczas hamowania jednokrotnego, a za pomocą modelu niesprzężonego wyznaczano te charakterystyki przy hamowaniu wielokrotnym. Rozwiązanie opracowanych w ten sposób układów równań CDTZ otrzymano numerycznie z wykorzystaniem metody elementów skończonych za pomocą niejawniej metody BDF (ang. *backward differentiation formula*) z adaptacyjnym krokiem czasowym [40, 41]. Zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia od temperatury przy określonych wartościach nominalnych ciśnienia kontaktowego zaadaptowano ze znanych w literaturze naukowej badań doświadczalnych. Weryfikację otrzymanych rezultatów przeprowadzono, porównując je z odpowiednimi danymi doświadczalnymi lub otrzymując znane rezultaty w przypadkach szczególnych (modele niesprzężone).

Zaproponowane modele numeryczne pozwalają oszacować z wysokim stopniem wiarygodności charakterystyki robocze hamulca przy różnych materiałach i cechach konstrukcyjnych elementów pary cierniej. Prowadzenie na ich podstawie symulacji komputerowych trybu temperaturowego może prowadzić do redukcji kosztów, skrócenia czasu testowania i wdrażania prototypu hamulca.

Opracowane układy równań CDTZ można na kolejnych etapach badań uzupełnić o takie podukłady jak zagadnienie kontaktowe termosprężystości dla pary cierniej nakładka-tarcza, wyznaczenie stanu naprężeń mechanicznych i termicznych tarczy w celu prognozowania inicjacji pęknięcia termomechanicznego, uwzględnienie mikrostruktury materiałów kompozytowych stosowanych do produkcji współczesnych materiałów ciernych, w tym warstw TBC (ang. *thermal barrier coatings*) itd.

### Wykaz cytowanej literatury

- 1) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2014), Mutual influence of the velocity and temperature in the axisymmetric FE model of a disc brake, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 57, 341–346.
- 2) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), Effect of dimensions of pad and disk on the temperature and duration of braking, *J. Frict. Wear+*, 36 (4), 280–285.
- 3) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), 3D FE model of frictional heating and wear with a mutual influence of the sliding velocity and temperature in a disc brake, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 62, 37–44.
- 4) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2015), Maximum temperature in a three-disc thermally nonlinear braking system, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 68, 291–298.
- 5) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2016), Mutual influence of the sliding velocity and temperature in frictional heating of the thermally nonlinear disc brake, *Int. J. Therm. Sci.*, 102, 254–262.

- 6) Grzes P. (2017), Determination of the maximum temperature at single braking from the FE solution of heat dynamics of friction and wear system of equations, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 71 (7), 737–753.
- 7) Grzes P. (2018), Finite element solution of the three-dimensional system of equations of heat dynamics of friction and wear during single braking, *Adv. Mech. Eng.*, 10 (11), 1–15.
- 8) Grzes P. (2019), Maximum temperature of the disc during repeated braking applications, *Adv. Mech. Eng.*, 11 (3), 1–13, DOI: 10.1177/1687814019837826.
- 9) Grzes P., *Sprężone modele numeryczne generacji ciepła w hamulcach tarczowych*, 2019, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej.
- 10) Lewis, R. W., Morgan, K., Thomas, H. R., Seetharamu, K. N., *The finite element method in heat transfer analysis*, Chichester, John Wiley & Sons, 1996.
- 11) Ścieszka, S. F., *Hamulce cierne. Zagadnienia konstrukcyjne, materiałowe i tribologiczne*, Radom, WZP – ITeE, 1998.
- 12) Day, A. J., *Braking of road vehicles*, First, Oxford: Butterworth-Heinemann/Elsevier, 2014.
- 13) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2010), The FEM-modeling of the frictional heating phenomenon in the pad/disc tribosystem (a review), *Numer. Heat Transfer, Part A*, 58, 207–226.
- 14) Yevtushenko, A., Grzes, P. (2011), Finite element analysis of heat partition in a pad/disc brake system, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 59 (7) 521–542.
- 15) Newcomb, T. P., Spurr, R. T., *Braking of road vehicles*, London, Chapman & Hall, 1967.
- 16) Barber, J. R., Comninou, M., *Thermoelastic contact problems*, in *Thermal Stresses III*, red. Hetnarski, R. Amsterdam: North Holland, 1989.
- 17) Wiśniewski, S., Wiśniewski, T. S., *Wymiana ciepła*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, WNT, Warszawa, 2012.
- 18) Baranowski, P., Damaziak, K., Małachowski, J. (2013), Brake system studies using numerical methods, *Maintenance and Reliability* 15 (4) 337–342.
- 19) Adamowicz, A. (2016), Effect of convective cooling on temperature and thermal stresses in disk during repeated intermittent braking, *Journal of Friction and Wear*, (37) 2 107–112.
- 20) Wawrzonek L., Bialecki R. A. (2008), Temperature in a disk brake, simulation and experimental verification, *Int. J. Numer. Method. H.*, 18 (3–4), 387–400.
- 21) Chichinadze A. V., red. *Fundamentals of tribology*, Moscow, Mashinostroenie, 2001.
- 22) Jewtuszenko O., red. *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalonej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 2014.
- 23) Yevtushenko A. A., Adamowicz A., Grzes P. (2013), Three-dimensional FE model for the calculation of temperature of a disc brake at temperature-dependent coefficients of friction, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 42, 18–24.
- 24) Chichinadze A. V., *Estimation and investigation of external friction during braking*, Nauka, Moscow, 1967 (in Russian).
- 25) Zagrodzki P. (1990), Analysis of thermomechanical phenomena in multidisc clutches and brakes, *Wear*, 140 (2), 291–308.
- 26) Lee K., Barber J. R. (1993), Frictionally excited thermoelastic instability in automotive disk brakes, *Trans. ASME. J. Tribology*, 115 (4), 607–614.
- 27) Chichinadze, A. V., Braun, E. D., Ginsburg, A. G., Ignat'eva, E. V. *Calculation, testing and selection of friction couples*, Moscow, Nauka, 1979 (in Russian).
- 28) Chichinadze A. V. (1995), Processes in heat dynamics and modelling of friction and wear (dry and boundary friction), *Trib. Int.*, 28 (1), 55–58.

- 29) Bogdanovich, P. N. and Tkachuk, D. V. (2009), Thermal and thermomechanical phenomena in sliding contact, *J. Frict. Wear+*, 30 (3), 153–163.
- 30) Shyrokov, V. V., Koval'chuk, Yu. I. (1998), Simulation of temperature flashes with regard for the physicomechanical properties of metals, *Mater. Sci.*, 34, 329–343.
- 31) Chichinadze, A. V. (2009), Theoretical and practical problems of thermal dynamics and simulation of the friction and wear of tribocouples, *J. Frict. Wear+*, 30 (3), 199–215.
- 32) Gurskii, B. E., Chichinadze, A. V. (2007), Thermal friction problem and its development: part 2. The role of heat phenomena in fracture of tooth wheels of cylindrical involute gears of real dimensions, *Journal of Friction and Wear*, 28, 395–400.
- 33) Pyr'yev, Yu., red. *Dynamika układów kontaktowych z uwzględnieniem wytwarzania ciepła, tarcia i zużycia*, Łódź, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 2004.
- 34) Awrejcewicz, J., Pyr'yev, Yu. Nonsmooth dynamics of contacting thermoelastic bodies. In: D. Gao, T. Ratiu, *Advances in mechanics and mathematics*, New York, Springer Science+Business Media, 2009.
- 35) Adamowicz, A., Grzes, P. (2013), Three-dimensional FE model for calculation of temperature of a thermosensitive disc, *Applied Thermal Engineering*, 50 (1) 572–581.
- 36) Yevtushenko, A. A., Grzes, P. (2012), Axisymmetric finite element model for the calculation of temperature at braking for thermosensitive materials of a pad and a disc. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, 62 (3), 211–230.
- 37) Chichinadze, A. V., Matveevskii, R. M., Braun, E. D. *Materials in the tribology of nonstationary processes*, Moscow, Nauka, 1986 (in Russian).
- 38) Kowal, L., Turewicz, K., Kruczek, T. (2012), *Pomiary temperatury tarcz hamulcowych maszyn wyciągowych górniczych wyciągów szybowych*, *Maszyny Górnicze* 30 (2) 3–12.
- 39) Yevtushenko, A., Kuciej, M., Och, E. (2015), Some methods for calculating temperature during the friction of thermosensitive materials. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, 67 (6) 696–718.
- 40) COMSOL Multiphysics® v. 5.2a. [www.comsol.com](http://www.comsol.com). COMSOL AB. Stockholm, Sweden.
- 41) Krupowicz, A. *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*, Warszawa, PWN, 1986.
- 42) Kragelsky, I. V., Dobychin, M. N., Komalov, V. S. *Friction and wear: calculation methods*, Oxford, Pergamon, 1982.
- 43) Earles, S. W. E., Hayler, M. G., Powell, D. G. (1971), A comparison of surface temperature theories and experimental results for high speed dry sliding. *A S L E Transactions*, 14 (2), 135–143.
- 44) Mamchegov, N. A., Zinovyeva, Z. V., Ginzburg, A. G. *Friction and wear*, Moscow, 1977. Rozdz. Questions of calculation of the maximum temperature at non-stationary friction with intensive heat generation, 46–53.
- 45) Mamchegov, M. A. (1977), Determination of the maximum temperature of the sliding contact, *Mashinostroeniye*, 1, 107–112 (in Russian).
- 46) Yevtushenko, A., Grzes, P. Axisymmetric finite element model for the analysis of heat dynamics of friction and wear during repeated braking. W: 10th European Solid Mechanics Conference. Bologna, Italy, lip. 2018.
- 47) Grzes, P., Oliferuk, W., Adamowicz, A., Kochanowski, K., Wasilewski, P., Yevtushenko, A. A. (2016), The numerical–experimental scheme for the analysis of temperature field in a pad-disc braking system of a railway vehicle at single braking, *Int. Commun. Heat Mass*, 75 1–6.
- 48) *Heating Refrigerating*, American Society of Engineers, Air-Conditioning. *Ashrae Handbook: Fundamentals*, I-P Edition. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 2009.
- 49) COMSOL Multiphysics 3.5, *Heat Transfer Module User's Guide*. 1994-2008.



- 50) Adamowicz, A., Grzes, P. (2011), Influence of convective cooling on a disc brake temperature distribution during repetitive braking, *Appl. Therm. Eng.*, 31 (14–15) 2177–2185.
- 51) Yevtushenko, A. A., Kuciej, M., Grzes, P., Wasilewski, P. (2017), Temperature in the railway disc brake at a repetitive short-term mode of braking, *Int. Commun. Heat Mass*, 84, 102–109.
- 52) Grześ, P. Numeryczne modelowanie procesu nagrzewania tarcowego w układzie tribologicznym nakładka-tarcza z wykorzystaniem metody elementów skończonych, *Prac. dokt.*, Białystok, Politechnika Białostocka, 2013.

## 5. Pozostałe osiągnięcia naukowo-badawcze

Dnia 17 maja 2013 r. przed Komisją Rady Wydziału Mechanicznego Politechniki Białostockiej odbyła się publiczna obrona mojej rozprawy doktorskiej pt. *Numeryczne modelowanie procesu nagrzewania tarcowego w układzie tribologicznym nakładka-tarcza z wykorzystaniem metody elementów skończonych* (promotor – prof. dr hab. O. Jewtuszenko, recenzenci – prof. dr hab. inż. T. Burczyński oraz dr hab. inż. A. Kazberuk) [52]. W dniu 29 maja 2013 r. Rada WM PB uchwaliła nadanie mi stopnia naukowego doktora nauk technicznych w dyscyplinie *mechanika*, specjalność naukowa – *metody komputerowe mechaniki*.

Praca doktorska dotyczyła opracowania numerycznych modeli obliczeniowych procesów nagrzewania tarcowego w układzie hamulcowym nakładka-tarcza. W tym celu sformułowane zostały zagadnienia początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia w obszarach kontaktu nakładek hamulcowych z tarczą. Na podstawie przeprowadzonej w początkowym etapie, analizy literaturowej na ten temat modelowania procesu nagrzewania tarcowego w układach hamulcowych ustalono kierunki następnych badań naukowych. Opracowano osiowosymetryczne i przestrzenne modele MES nagrzewania tarcowego ze znanym *a priori* współczynnikiem rozdziału strumieni ciepła  $\gamma$  pomiędzy nakładką a tarczą hamulcową. Ustalono wpływ wartości współczynnika rozdziału strumieni ciepła, obliczonych za pomocą różnych wzorów doświadczalnych, na temperaturę powierzchni roboczych nakładki i tarczy. Opracowano osiowosymetryczny model obliczeniowy MES generacji ciepła na skutek tarcia przy idealnym kontakcie cieplnym nakładki z tarczą hamulcową. W ramach opracowanych modeli obliczeniowych zbadano, efektu chłodzenia konwekcyjnego podczas hamowania wielokrotnego. Opracowano trójwymiarowy model obliczeniowy MES, w którym nagrzewanie powierzchni roboczej tarczy w obszarze jej kontaktu z nakładką modelowane jest poprzez ruch obrotowy ze stałą lub zmienną w czasie prędkością źródła ciepła oraz znanym przestrzenno-czasowym rozkładem gęstości mocy sił tarcia.

Efektom moich badań było opublikowanie 16 artykułów w recenzowanych czasopismach naukowych, w tym czterech prac w czasopismach z bazy *Journal Citation Reports (International Communications in Heat and Mass Transfer – 2 prace (IF 2017: 4.463), Applied Thermal Engineering – 3 prace (IF 2017: 3.771), Numerical Heat Transfer, Part A – 3 prace (IF 2017: 2.409), Materials Science – 1 praca (IF 2017: 0.387))*. Zadania zrealizowane w ramach przygotowania rozprawy związane były z tematyką projektu badawczego Nr 2011/01/B/ST8/07446, pt. „*Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalonej generacji ciepła w elementach tarcowych układów hamulcowych*”, przyjętego do finansowania w ramach konkursu zorganizowanego przez Narodowe Centrum Nauki (Politechnika Białostocka, 2011–2014 r.). Poruszana w rozprawie problematyka obejmowała również zakres badań przeprowadzonych w ramach projektu badawczego własnego Nr W/WM/11/2011, finansowanego ze środków służących rozwojowi młodych naukowców

oraz uczestników studiów doktoranckich Politechniki Białostockiej. Otrzymane rezultaty zostały również zaprezentowane przeze mnie na 8 zagranicznych i krajowych konferencjach naukowych.

Po uzyskaniu stopnia naukowego doktora kontynuowałem pracę nad modelowaniem numerycznym procesu generacji ciepła podczas tarcia. Zagadnienia tej klasy pozwalają na uzyskanie przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury w elementach układu hamulcowego. Podsumowanie badań zostało zawarte w monografii naukowej pod tytułem – *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, której poszczególne rozdziały zostały przedstawione w pkt. II E załącznika 5.

Szczegółowe informacje na temat artykułów wraz z informacją o moim procentowym udziale w publikacjach współautorskich zawiera pkt I i II załącznika 5. W załączniku tym podano również zestawienie liczby publikacji oraz współczynnika IF przed i po uzyskaniu stopnia doktora.

Poza przedstawionym powyżej cyklem publikacji stanowiącym moje osiągnięcie naukowe, po uzyskaniu stopnia doktora opublikowałem 11 prac, w tym 3 artykuły w czasopismach należących do bazy *Journal Citation Reports*, 2 artykuły nieposiadające współczynnika wpływu IF, 5 rozdziałów w monografii naukowej oraz hasło w *Encyclopedia of Thermal Stresses*. Są to publikacje:

- 1) Jewtuszenko O., Grześ P. (2014), Zagadnienia cieplne tarcia (przegląd literatury), rozdz. w monografii *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, red. Jewtuszenko O., Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 17–31 (P. Grześ – udział 50%).
- 2) Yevtushenko A. A., Grzes P. (2014), FEM-modeling of frictional heating during braking, in R. B. Hetnarski ed., *Encyclopedia of Thermal Stresses*, 4, Springer Science+Business Media, Dordrecht, Netherlands, 1561–1569 (P. Grześ – udział 50%).
- 3) Adamowicz A., Grzes P. (2013), Finite element analysis of thermal stresses in a pad-disc brake system (a review), *Acta Mechanica et Automatica*, 7 (4), 191–195 (P. Grześ – udział 50%).
- 4) Yevtushenko A. A., Grzes P., Adamowicz A. (2015), Numerical analysis of thermal stresses in disk brakes and clutches (a review), *Numer. Heat Transfer, Part A*, 67 (2), 170–188, IF 2015: 1.937 (P. Grześ – udział 33,3%).
- 5) Jewtuszenko O., Grześ P. (2014), Osiowosymetryczne zagadnienie cieplne tarcia dla układu nakładka-tarcza, rozdz. w monografii *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, red. Jewtuszenko O., Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 106–154 (P. Grześ – udział 50%).
- 6) Jewtuszenko O., Grześ P., Adamowicz A. (2014), Przestrzenne zagadnienie cieplne tarcia dla układu nakładka-tarcza, rozdz. w monografii *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, red. Jewtuszenko O., Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 155–179 (P. Grześ – udział 33,3%).
- 7) Jewtuszenko O., Grześ P., Adamowicz A. (2014), Uwzględnienie czułości termicznej materiałów nakładki i tarczy w modelu obliczeniowym MES, rozdz. w monografii *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych*, red. Jewtuszenko O., Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 180–211 (P. Grześ – udział 33,3%).

- 8) Jewtuszenko O., Grześ P., Adamowicz A. (2014), Uwzględnienie zależności współczynników tarcia oraz intensywności zużycia termomechanicznego od temperatury w modelu obliczeniowym MES, rozdz. w monografii Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarczowych układów hamulcowych, red. Jewtuszenko O., Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok, 212–232 (P. Grześ – udział 33,3%).
- 9) Grzes P. (2014), Numerical analysis of temperature field in a disc brake at different cover angle of the pad, *Acta Mechanica et Automatica*, 8 (4), 185–188.
- 10) Grzes P., Oliferuk W., Adamowicz A., Kochanowski K., Wasilewski P., Yevtushenko A. A. (2016), The numerical–experimental scheme for the analysis of temperature field in a pad-disc braking system of a railway vehicle at single braking, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 75, 1–6, IF 2016: 3.718 (P. Grześ – udział 25%).
- 11) Yevtushenko A. A., Kuciej M., Grzes P., Wasilewski P. (2017), Temperature in the railway disc brake at a repetitive short-term mode of braking, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 84, 102–109, IF 2017: 4.463 (P. Grześ – udział 25%).

Rezultaty zawarte w wyżej wymienionych publikacjach, tematycznie odnoszą się do jednej z trzech grup:

- 1) przeglądy aktualnego stanu osiągnięć naukowych, dotyczących wyznaczenia temperatury i naprężeń cieplnych w elementach roboczych układów hamulcowych [1–4];
- 2) rozwiązanie numeryczne z wykorzystaniem MES, niesprężonych układów równań CDTZ dla pary ciernej nakładka-tarcza [5–9];
- 3) opracowanie modeli numerycznych do wyznaczania nieustalonych pól temperatury w tarczowych układach hamulcowych pojazdów szynowych [10, 11].